

DENİZ DÜZEYİ EĞİLİMLERİNİN KÜRESEL HARMONİKLERE AÇILARAK TOPLU DENİZ DÜZEYİ ARTIŞI İLE DÜŞEY YERKABUĞU HAREKETLERİNİN BELİRLENMESİ

Doç. Dr. Şerif HEKİMOĞLU,
T.Ü

1. GİRİŞ:

Ortalama deniz düzeyinin yılda 1-2 mm kadar yükseldiği ve özellikle 1930'lu yıllardan sonra bu miktarın giderek dahada arttığı ileri sürülmektedir.

Ortalama deniz düzeyi asıl olarak iklim değişmesi ve düşey yerkabuğu hareketleri nedeniyle yüzyıllık (secular) değişim österir. Ayrıca yerel hava basıncı ve rüzgar kuvveti gibi meteorolojik etmenler ile Gulf Stream akıntısı, El-Nino etkisi vb. deniz olaylarının da yüzyıllık değişim yaratacak derecede etkin oldukları bildiriliyor (Report 1984, EOS 1985).

Özellikle yüzyılımızda hızlı gelişen ve giderek daha fazla fosil yakıt kullanan sanayi etkinliklerinin havaya karbondioksit salması ve ormanların azalması, ortalama hava sıcaklığının yükselmesine dolayısıyla iklimin değişmesine neden olduğu ileri sürülüyor.

Ortalama hava sıcaklığının artması, kutuplardaki buzların erimesine ve deniz üst tabakalarının hacimce genişlemesine yol açıyor.

Genel olarak Grönland ve Antarktika'daki buz alanlarının daraldığı bildiriliyor. Yeryüzündeki buzların %85'i Antarktika'da, %12'si de Grönland'da bulunuyor. Özellikle Antarktika'dan giderek daha fazla buzdağı kopup denizlere karışıyor. Yüzyılımızda deniz üst tabakalarının ortalama yüzey ısısının yaklaşık 0,6° kadar arttığı ileri sürülüyor (Report 1984).

Fakat iklim değişmesinden kaynaklanan toplu deniz düzeyi değişmesinin (hacimsel artışın) ne kadarının buzların erimesinden, ne kadarının deniz üst tabakalarının genişlemesinden kaynaklandığı henüz bilinmiyor.

Deniz düzeyölçer duraklarının bir bölümü, İskandinavya, Finlandiya, Japonya ve Kuzey Amerika kıyıları gibi düşey yerkabuğu hareketlerinin yoğun olduğu bölgelerde yer alır. Bu düşey yerkabuğu hareketleri bu kıyılarda veri verileri şiddetli biçimde bozarlar, saptırırlar. Bunlar buzulçağı sonrası izostatik dengeye kavuşma (karaların yükselmesi) hareketleri ile tektonik hareketlerdir. Bu jeolojik hareketler hiçbir biçimde deniz suyunun hacminde herhangi bir artışa neden olmazlar (Lambeck ve Nakiboğlu 1984). Bunlardan önemlisi izostatik dengeye kavuşma hareketleridir.

Deniz düzey verilerinin incelenmesindeki asıl amaç, iklim değişmesinden kay-

naklanan toplu ortalama deniz düzeyi artışı belirlemektir. Bu bağlamda en önemli sorun, durakların büyük bir kesiminin bulunduğu kıyılarda etkin olan düşey yerka- buğu hareketlerinin bozucu etkilerinin, verilerden nasıl ayıklanacağıdır.

Şimdiye değin deniz düzeyi artışı, birçok araştırmacı tarafından kestirilmiştir (Li- sitzin 1974). Bunlar genellikle toplu deniz düzeyi artışı, düşey yerka buğu hareket- lerini gözönüne almadan ve çoğu zamanda bölgesel olarak, özde doğrusal regresyon analizi yardımıyla kestirmişlerdir. İncelemelerde düşey yerka buğu hareketlerinin baskın olduğu bölgelerdeki duraklar ya hesaba katılmamış yada bölgesel ortalamalar almak suretiyle etkilerinin süzülmesi yoluna gidilmiştir. (Gutenberg 1941, Rossiter 1960-67, Emery 1980, Gornitz vd. 1982, Barnett 1983, Emery ve Aubrey 1985, He- kimoğlu 1987).

Peltier, düşey yerka buğu özellikle izostatik dengeye kavuşma hareketlerinin görüldüğü bölgelerde bunların etkisinin geliştirilen bir modele göre (örneğin Peltier vd. 1978) hesaplanıp incelemeden önce verilerden çıkarılmasını, Emery ve Aubrey ise özellikle tektonik hareketlerin görüldüğü Japonya'da incelemeden önce bölgesel bir eğilim (trend) yüzeyi geçirilerek bu hareketlerin etkisini elemeyi önermişlerdir (Report 1984). Böylesi yaklaşımlar için kararların yükselmesinin uygun bir modele göre hesaplanması gerekir. Fakat hesaplama yöntemleri konusunda araştırmacılar arasında görüş birliği yoktur. Öte yandan düşey yerka buğu özellikle tektonik hareket- lerin görüldüğü bölgelerde, bu hareketlerin etkilerinin incelemeden önce bir regres- yon yüzeyi ile süzülmesi, toplu deniz düzeyi değişimini de birlikte götürüleceğinden doğru değildir. Ayrıca duraklar ve eğimleri bir harita üzerinde işaretlenirse, sözü edi- len düşey yerka buğu hareketlerinin baskın olduğu bölgelerde basit bir eğilim yüzeyi geçirilecek kadar belirgin bir düzenlilik görülmez.

Nakiboğlu ve Hekimoğlu (1986), zaman ve konuma bağlı olarak değişen toplu deniz düzeyi değişimlerini belirlemek için yeni bir yaklaşım getirmişlerdir. Tektonik hareketlerin genellikle yerel ve en fazla bölgesel karakterde, yani kısa dalga boylu ($<10^3$ km), izostatik dengeye kavuşma hareketlerinin de genel olarak bölgesel yapıda, yani en fazla orta dalga boylu ($<3 \times 10^3$ km), buna karşılık toplu ortalama deniz düzeyi değişimlerinin uzun dalga boylu karakterde olması gerektiğinden hareket etmişlerdir. Var olan tüm veriler, hiçbir ön elemeye uğratılmadan, herbir durakta doğrusal regrnesyonla bulunan eğimler, En Küçük Kareler Yöntemi (= EKKY)'ne göre, düşük dereceden küresel harmoniklere açılmış ve kararlı sonuçlar ancak uygun bir kovaryans fonksiyonunun gözönüne alınmasıyla elde edilebilmiştir.

Bu yazıda en son sözü edilen araştırma ayrıntılı olarak açıklanıyor.

2. YÜZYILLIK DEĞİŞİMLERİN İSTATİKSEL YORUMU:

Deniz düzey değişimi herhangi bir durakta yalnızca zamanın bir fonksiyonuolan stokastik bir süreç (X) oluşturur. Bu sürecin bir model fonksiyonu şu biçimde yazılabilir:

$$X(t) = T(t) + A(t) + D(t) + GEL(t) + DYK(t) + N(t) \quad (2-1)$$

Burada X(t) deniz düzey verilerini, T(t) iklim değişmesinden kaynaklanan toplu deniz düzeyi değişimin, A(t) atmosferik olayların, D(t) denizsel olayların ,GEL(t) gel-git kuvvetlerinin, DYK(t) düşey yerkağı hareketlerinin etkilerini ve N(t) ise gürültüyü gösterir.

Buradan anlaşılacağı gibi deniz düzeyi değişimi genellikle doğada karşılaşılan en karmaşık stokastik süreçlerden biridir.

Deniz yüzeyi değişimi herhangi bir durakta değil de tüm yeryüzü denizleri ile sınırlı bir uzayda düşünülürse, yukardaki fonksiyon

$$X(t, \text{uzay}) = T(t, \text{uzay}) + A(t, \text{uzay}) + D(t, \text{uzay}) + GEL(t, \text{uzay}) + DYK(t, \text{uzay}) + N(t, \text{uzay}) \quad (2-2)$$

$$\text{uzay} = f(x, y, z)$$

biçimine dönüşür.

Fakat deniz düzeyi değişimini tüm yeryüzü denizlerindeki her noktada gözlemek olanaksızdır. Elimizde ancak deniz kıyılarında ve üstelik belli yerlerde kurulmuş duraklardaki veriler vardır. Sonra verilerin başlangıçları ve uzunlukları çok ayırdır. Bazı veriler 25 yıllık, bazıları 75 yıllıktır yani veriler zaman boyutunda türdeş değildir. Gerek bu ve gerekse uzay-zaman boyutlarıyla çalışmak, modellemek zor olduğundan, basitleştirmek açısından zaman boyutunu gözardı etmek gerekir.

Genellikle veriler aylık ve yıllık ortalamalar olarak verilir. Buradan hemen periyodu bir aydan yada bir yıldan küçük olan titreşimlerin verilerden süzüldeği söylenebilir. Böylece geriye periyodu bir ay yada bir yıldan daha uzun titreşimler ile, eğilim ve gürültü kalır, yani bir duraktaki veriler yapısal olarak şöyle tanımlanabilir:

$$X(t) = \text{Eğilim}(t) + \text{Periyodik Kesim}(t) + \text{Gürültü}(t) \quad (2-3)$$

Burada eğilimin baskın olarak düşey yerkağı hareketleri ile toplu deniz düzeyi değişiminden oluştuğı kabul edilir. Meteorolojik ve denizsel olayların da yerel olarak deniz düzeyinde eğilimler oluşturdukları saptanmıştır. Fakat bunların etkilerinin sözü edilen iki ana etkeninkilerin yanında küçük kaldığı bilinmektedir.

Genel olarak eğilimlerle ilgilenildiği için herbir duraktaki örneklenmiş aylık zaman fonksiyonundan EKKY'ne göre uzun periyotlu gel-git titreşimleri gözönüne alınarak regresyon doğrusu geçirilmiş ve (2-3)'teki eğilim yaklaşık olarak elde edilmiştir. Yeryüzündeki 655'e yakın duraktaki verilerin doğrusal eğilimleri hesaplanmış ve bunların yaklaşık %70'inde doğrusal eğilimin varlığı istatistiksel testlerle ortaya konmuştur. (Hekimoğlu 1989) Böylece örneklenmiş X(t) zaman fonksiyonu, doğrusal eğim değeri ve bunun varyansı ile temsil edilmiştir. Diğer bir değişle zaman boyutu geri plana itilmiştir.

Öte yandan deniz düzeyi değişimi yapısal olarak şu biçimde de yorumlanabilir:

$$DDD(t, \text{uzay}) = UDBK(t, \text{uzay}) + OVEK(t, \text{uzay}) + CKDK(t, \text{uzay}) \quad (2-4)$$

Burada DDD(t,uzay) deniz yüzeyi değişimini, UDBK(t,uzay) bu değişimin uzun dalga boyu kesimini, OVEK(t,uzay) orta ve/veya kısa dalga boylu kesimini, CKDK (t,uzay) ise gürültüyü gösterir. Bunlardan uzun dalga boylu kesim toplu deniz düzeyi değişimini, orta ve/veya kısa dalga boylu kesim yerel ve/veya bölgesel deniz düzeyi değişimini oluşturur. Düşey yerkabuğu hareketleri bu ikinci kesimin baskın yaratıcısıdır. Meteorolojik ve denizsel olaylar bu kesimin küçük bir bölümü ile çok kısa dalga boylu kesimi oluşturur.

3. DENİZ DÜZEYİNİN DOĞRUSAL EĞİLİMLERİNİN (OTOKOVARYANS) FONKSİYONU

Deniz düzeyi değişimi olayı zaman ve uzay içinde olduğundan bu stokastik sürecin özilişki fonksiyonu hem zamana ve hemde uzaya bağlı olur.

Deniz düzeyi doğrusal eğilimlerinin zaman içinde dağılımı türdeş değildir. Veri uzunluğu arttıkça eğilimlerin varyansları küçülür (Hekimoğlu 1989).

Diğer bir değişle zaman eğimlerin varyanslarında etkin olur. Buradan yola çıkarak eğimler, varyansları ağırlık olarak dikkate alınmak suretiyle türdeşleştirilebilir. Böylece zamana göre türdeş olmama durumu bir ölçüde giderilmiş olur.

Yeryüzünde halen çalışır yaklaşık 700 kadar deniz düzeyölçer durağı, yeryüzü kıyılarına düzgün dağılmamıştır. Ayrıca verilerin büyük çoğunluğu düşey yerkabuğu hareketlerince bozulur. Meteorolojik ve denizsel olaylar büyük ölçüde yerel ve en fazla bölgesel karakterlidir. Kısacası bütün bu nedenlerden dolayı uzaydaki dağılımları yönünden de türdeş değildir.

Bütün bu durumlara karşın olayı modellemek bakımından bazı basitleştirmeler yapmak gerekiyor. Buna göre deniz düzeyinin doğrusal eğilimlerinin yalnızca uzaya bağlı olarak durağan ve türdeş bir stokastik süreç oluşturdukları varsayılacaktır. Bu durumda bu sürecin özilişki fonksiyonu yalnızca duraklar arasındaki uzaklığa bağlı olur.

Uzundalga boylu değişimlerin istatistiksel özelliklerini elde etmek için, orta ve kısa dalga boylu deniz düzeyi değişimlerinin etkilerini olabildiğince elemek, bastırmak gerekir. Bu nedenle önce 2x2 derecelik alan ortalamaları hesaplanır, sonra bu değerlerden 10x10, 20x20 ve 30x30 derecelik alan ortalamaları alınarak yerel ve bir ölçüde bölgesel değişimlerin etkileri süzölmeye çalışılır.

Özilişki fonksiyonunu hesaplayabilmek için, yeryüzü önce 1x1 derecelik alanlara bölünmek istenmiş, fakat durakların dağılımı buna elvermediğinden, 2x2 derecelik alanlara bölünmüştür. Bu alanlardan içinde en az bir durak bulunanlar hesaba alınmıştır.

Bu 2x2 derecelik alan ortalama eğimleri ve ayrıca bunlardan elde edilen 10x10 derecelik alan ortalama eğimleri ağırlıklı ortalama ile bulunmuştur. Ortalama değerlerin varyanslarını hesaplarken ortalamaya giren durak eğimleri veya alan ortalama eğimleri, ya rasgele değişken gibi düşünülürse özellikle zaman boyutundaki değişimler (veri uzunluğu arttıkça varyans küçülür), ölçü gibi düşünülürse uzaydaki değişimler (eğimlerin birbirine göre değişimi) ağırlık taşır. Birincisinde uzun dalga

boyu, ikincisinde kısa ve/veya orta dalga boyu değişimlerin baskın çıkması beklenir. Bu yüzden özilişki fonksiyonu iki ayrı biçimde hesaplanmıştır.

a. Zamanın Ağır Bastığı Özilişki Fonksiyonu:

1. Önce 2x2 derecelik alan içinde yer alan durak eğim değerlerinin ortalaması ve varyansı hesaplanır:

$$(f_0)_{2 \times 2} = \frac{\sum f \cdot p}{\sum p} \quad p = c_0 / s^2$$

3-1

$$(s_0)_{2 \times 2}^2 = \sum \left(\frac{p}{\sum p} \right)^2 \cdot s^2$$

Burada f durak eğiliminin eğim değerini, s^2 bunun varyansını, p ağırlığı, c_0 sabit bir sayıyı (burada tüm varyansların ortalaması alınmıştır), 2x2 simgesi 2x2 derecelik alanı, f_0 bu alanı temsil eden ortalama eğimi, s_0 ise bunun varyansını gösterir. Ortalama değerlerin varyansı (s_0), varyansların yayılma kuralına göre hesaplanır.

2. Yeryüzü 10x10 derecelik alanlara bölünür ve bunların içinde ortalama eğim değerli en az bir 2x2 derecelik alanı bulunanlar hesaba katılır. 10x10 derecelik alan ortalama eğim değeri bunun içinde yer alan 2x2 derecelik alan ortalama eğim değerinin ağırlıklı ortalaması alınarak ve varyansı da varyansların yayılma kuralına göre hesaplanır:

$$(f_0)_{10 \times 10} = \frac{\sum (f_0)_{2 \times 2} \bar{p}}{\sum \bar{p}} \quad \bar{p} = \frac{C_0}{2} : \text{alan}_{2 \times 2}$$

$$(\bar{S}_0)_{2 \times 2}$$

3-2

$$(s_0)_{10 \times 10}^2 = \sum \left(\frac{\bar{p}}{\sum \bar{p}} \right)^2 (s_0)_{2 \times 2}^2$$

Burada $(f_0)_{10 \times 10}$, 10x10 derecelik alan ortalama eğim değeri, $(s_0)_{10 \times 10}^2$ bu değerlerin varyansı, $(\text{alan})_{2 \times 2}$ 2x2 derecelik küresel alan demektir.

3. 10x10 derecelik alanları temsil eden ortalama eğim değerlerinin ($f=f_{10 \times 10}$) özilişki fonksiyonu şöyle hesaplanır.

$$\text{COV} \{ (j-1) \Delta \Psi < \Psi < j \cdot \Delta \Psi \} = \sum_i \sum_k f_i f_k / n_j$$

$$\bar{f} = f \cdot \sqrt{p} \quad , \quad p = \frac{C_0}{(S_0)_{10 \times 10}^2} \cdot \text{alan}_{10 \times 10} \cdot \frac{k}{n_{\text{mak}}} \quad , \quad i, k = 1, 2, \dots, n \quad (3-4)$$

Burada k, 10x10 derecelik bir alandaki eğim değerli 2x2 derecelik alanların sayısını, n_{max} k'ların en büyüğünü, n_j ise (j-1) $\Delta\Psi$ ile j. $\Delta\Psi$ arasına düşen eğim değerli 10x10 derecelik alan sayısını, Ψ değişkeni alan orta noktaları arasındaki küresel uzaklığı, $\Delta\Psi$ ise küresel uzaklık farkını belirtir.

$\Delta\Psi = 12^\circ$ seçilip COV(Ψ) deneysel özilişki fonksiyonu daha doğrusu korelasyon fonksiyonu hesaplanmıştır, Şekil 1. Bu şekilden görüldüğü gibi korelasyon fonksiyonu $\Psi = 60^\circ$ 'de sıfıra ve $\Psi = 72^\circ$ 'de minimuma düşerek bir salınım yapmaktadır. Burada bu fonksiyonun büyük ölçüde uzun dalga boylu deniz düzeyi değişimlerini içerdiği söylenebilir.

b. Uzayın Ağır Bastığı Özilişki Fonksiyonu:

Bu durumda ortalamaya giren durak veya alan ortalama değerlerin varyanslarından çok, birbirine göre olan değişimleri ağırlık taşır. Yerel ve bölgesel deniz düzeyi değişimi böylece etkinlik kazanır. Özilişki fonksiyonu öncekine benzer olarak hesaplanır, yalnızca ortalama değerlerin varyanslarının bulunmasında durak eğim değerleri veya alan ortalama eğim değerleri birer ölçüymüş gibi düşünülür. Buna göre özilişki fonksiyonu şöyle bulunur:

$$\text{COV} \langle (j-1) \cdot \Delta\Psi < \Psi < j \cdot \Delta\Psi \rangle = \sum_i \sum_k f_i \cdot f_k / n_j$$

$$f' = (f_0)_{10 \times 10} \sqrt{p'} \quad , \quad p' = \frac{C_0}{(S_0)_{2 \times 2}^2} \cdot \text{alan}_{10 \times 10} \quad i, k = 1, 2, \dots, n$$

$$(f_0)_{10 \times 10} = \frac{\sum (f_0)_{2 \times 2} \bar{P}}{\sum \bar{P}} \quad , \quad \bar{P} = \frac{C_0}{(\bar{S}_0)_{2 \times 2}^2} \cdot \text{alan}_{2 \times 2}$$

$$(\bar{S}_0)_{10 \times 10}^2 = \frac{1}{n-1} \sum \left\{ (f_0)_{10 \times 10} - (f_0)_{2 \times 2} \right\}^2 \cdot \bar{P} \quad (3-5)$$

$$(f_0)_{2 \times 2} = \frac{\sum f \cdot p}{\sum p} \quad , \quad p = \frac{C_0}{S^2} \quad \quad (\bar{S}_0)_{2 \times 2}^2 = \frac{1}{n-1} \sum \left\{ (f_0)_{2 \times 2} - f \right\}^2 \cdot p$$

Bu hesaplamada eğer bir 10x10 derecelik alan içinde bir tane eğim değeri 2x2 derecelik alan varsa, bu takdirde bu alanın ortalama değeri, 10x10 derecelik alanın ortalama değeri olarak alınır ve bu değer in varyansı olarak, hesaplanabilen tüm varyansların $((S_0)^2_{10 \times 10})$ ortalama değeri seçilir. Bu biçimde hesaplanan özilişki fonksiyonunun ψ ekseninin altına inmediği görülüyor, Şekil 2. Buradan yerel ve bölgesel deniz düzeyi değişimlerinin kısa ve orta dalga boylu olduğu kabulü doğrulanıyor.

4. ALAN ORTALAMA EĞİMLERİNİN EN KÜÇÜK KARELER YÖNTEMİYLE KÜRESEL HARMONİKLERE AÇINIMI

Küre yüzeyi üzerinde tanımlanmış herhangi bir fonksiyon $f(\theta, \lambda)$ fonksiyonu da harmoniklere açılabilir (Heiskaen-Moritz 1984, S. 31). Doğal olarak denizler tüm yeryüzünü kaplamadığından deniz düzeyi değişim fonksiyonunu bulmak için, bunu deniz fonksiyonu ile çarpmak gerekir:

$$f'(\theta, \lambda) = f(\theta, \lambda) \cdot d(\theta, \lambda), \quad d(\theta, \lambda) = \begin{cases} 1 & \text{deniz} \\ 0 & \text{kara} \end{cases} \quad (4-1)$$

Eğer deniz düzeyi değişimleri tüm deniz yüzeyi boyunca örneklenebilseydi bu $f(\theta, \lambda)$ fonksiyonu da harmoniklere açılabilirdi. Fakat elde yalnızca belirli deniz kıyılarında gelişmiş güzel dağılmış duraklarda örneklenmiş veriler bulunduğundan, bu çok sınırlı verilerden elde edilmiş eğim değerlerinin küresel harmoniklere açılması olanaksızdır.

Fakat deniz düzeyi değişiminin uzundalga boylu kesimi düşük dereceden küresel harmoniklerle tanımlanıp, alan ortalamaları alınarak kısa ve orta dalga boylu değişimler bir ölçüde basurularak ilgili katsayılar EKKY'ne göre bulunabilir.

Bu amaç için 2x2 derecelik alanların ortalama eğim değerlerinden bir önceki bölümde sözü edildiği gibi hesaplanmış olan 10x10, 20x20, 30x30 derecelik alan ortalama eğimleri kullanılabilir. Alan ortalama eğimleri şu matematik modele (kolokasyon) göre açıklanabilir:

$$L = AX + S + N \quad (4-2)$$

Burada L, 10x10 derecelik alanları temsil eden ortalama eğim değerini, A harmonik katsayılar matrisini ($n \leq 3$), X harmonik katsayıları, S sinyali (orta dereceden harmonikleri, yani kısa ve orta dalga boylu hareketleri), N gürültüyü (yüksek dereceden harmonikleri) gösterir.

Genel olarak sinyal ile gürültü korelasyonlu değilse;

$$L = AX + Z, \quad (4-3)$$

$$Z = S + N \rightarrow C_{ZZ} = C_{11} = C_{SS} + C_{NN} = C \quad (4-4)$$

(4-

$$C_{nn} = p^{-1}$$

yazılabilir. Stokastik kesimin veya sinyalin kovaryans fonksiyonu bilinirse

$$X = N^{-1} A^T (C)^{-1} L, \quad N = A^T (C)^{-1} A \quad (4-5)$$

ve

$$S_o^2 = (Z^T (C)^{-1}) (n-u)$$

bulunur (Moritz 1972)

10x10 derecelik alanı temsil eden ortalama eğim değerleri $(f_o)_{10 \times 10}$ (formüllerde L), düşük dereceden ($n < 3$) küresel harmoniklere açılmış olarak

$$(f_o)_{10 \times 10}(\theta, \lambda) = L(\theta, \lambda) =$$

$$\sum_{n=0}^3 \sum_{m=0}^n \left[\bar{A}_{nm} \bar{R}_{nm}(\theta, \lambda) + \bar{B}_{nm} \bar{S}_{nm}(\theta, \lambda) \right] + S + N \quad (4-6)$$

yazılabilir. Burada A_{nm} , B_{nm} normalleştirilmiş katsayılar, R_{nm} , S_{nm} ise normalleştirilmiş harmoniklerdir (Heiskanen-Moritz 1984, S.41-42). Daha açık olarak;

$$\begin{aligned} L(\theta, \lambda) = & A_{00} + A_{10} P_{10}(\text{Cos}\theta) + A_{11} P_{11}(\text{Cos}\theta) \text{Cos}\lambda + B_{11} P_{11}(\text{Cos}\theta) \text{Sin}\lambda \\ & + A_{20} P_{20}(\text{Cos}\theta) + A_{21} P_{21}(\text{Cos}\theta) \text{Cos}\lambda + B_{21} P_{21}(\text{Cos}\theta) \text{Sin}\lambda \\ & + A_{22} P_{22}(\text{Cos}\theta) \text{Cos}\lambda + B_{22} P_{22}(\text{Cos}\theta) \text{Sin}\lambda \\ & + A_{30} P_{30}(\text{Cos}\theta) + A_{31} P_{31}(\text{Cos}\theta) \text{Cos}\lambda + B_{31} P_{31}(\text{Cos}\theta) \text{Sin}\lambda \\ & + A_{32} P_{32}(\text{Cos}\theta) \text{Cos}\lambda + B_{32} P_{32}(\text{Cos}\theta) \text{Sin}\lambda \\ & + A_{33} P_{33}(\text{Cos}\theta) \text{Cos}3\lambda + B_{33} P_{33}(\text{Cos}\theta) \text{Sin}3\lambda \\ & + S + N \end{aligned} \quad (4-7)$$

yazılabilir. Burada EKKY'ne göre her derece için ayrı olmak üzere şu bilinmeyenler

belirlenir:

$$n = 0 \text{ için } \bar{A}_{00}$$

$$n = 1 \text{ için } \bar{A}_{00}, \bar{A}_{10}, \bar{A}_{11}, \bar{B}_{11}$$

$$n = 2 \text{ için } \bar{A}_{00}, \bar{A}_{10}, \bar{A}_{11}, \bar{B}_{11}, \bar{A}_{20}, \bar{A}_{21}, \bar{B}_{21}, \bar{A}_{22}, \bar{B}_{22} \quad (4-7)a$$

Son eşitlikten S + N ile gösterilen artık kesim, aslında $n > 3$ olan küresel harmonikleri içerir. Bu çalışmada özellikle düşük dereceden küresel harmoniklerle ilgilenildiği için, basitleştirilmiş (4-3) modeli ile yetinilir. Bu durumda (4-4)'te yer alan sinyal kovaryans matrisini (C_{ss}) elde etmek için uygun bir kovaryans fonksiyonunun seçilmesi gerekir. Burada bu amaç için yerel serbest hava anomalileri (Hirvonen 1962) ve gravite anomalilerinin prediksyonu probleminde kullanılmış kovaryans fonksiyon modellerinden biri olan şu model seçilmiştir.

$$\text{COV}(\psi) = C_0 / (1 + B^2 \cdot \psi^2)^{1/2} \quad (4-8)$$

(Heiskanen-Moritz 1984, s.336 ve Moritz 1980, S. 179-180).

Bu durumda stokastik kesimin kovaryans matrisi (C), bu fonksiyondan türetilen sinyal kovaryans matrisi ile gözlemlerin ağırlık matrisinin toplanmasıyla hesaplanabilir:

$$C = C_{ss} + p^{-1} \quad (4-9)$$

5. SAYISAL ÇÖZÜM

Yerel ve bölgesel deniz düzeyi değişimleri (4-7) matematik modelinde sinyal olarak adlandırılmıştır. Bunların istatistiksel özelliklerini en iyi (3-4) formülüyle hesaplanmış olan Şekil 2'deki özilişki fonksiyonuyandır. (4-8) özilişki fonksiyonundaki C₀, B değişmezleri bu deneysel kovaryans fonksiyonundan elde edilmiştir:

$$C_0 = \text{COV}(0) = 5,0 \quad , B = 10$$

Sinyal kovaryans matrisi C_{ss}, (4-8)'den ψ 'ye göre enterpolasyon yapılarak, gürtültü kovaryans matrisi C_{nn} = p⁻¹, daha doğrusu ağırlık matrisi P, dengelemeye giren alan ortalama eğim değerlerinin (3-4)'e göre bulunmuş olan ağırlıklarından hesaplanmıştır. Bu iki kovaryans matrisinin toplanmasıyla, stokastik kesimin kovaryans matrisi, yani (4-9) elde edilmiştir.

Bu şekilde hesaplanmış olan stokastik kesimin kovaryans fonksiyonu ile 10x10 derecelik alan ortalama eğim değerleri düşük dereceden küresel harmoniklere açılıp, EKKY'ne göre n=0,1,2,3 için ayrı ayrı olmak üzere harmonik katsayılar hesaplanmıştır. Katsayılar dereceler arasında ikinci dereceye kadar kararlı olarak elde edilmiş, fakat kararlılık n=3 için azalmış ve n ≥ 4 için bozulmuştur.

Eğim değerlerindeki kısa ve orta dalga boylu yerel ve bölgesel deniz düzeyi değişimlerinin etkilerini daha fazla sızmak için, 2x2 derecelik alan ortalama eğim değerlerinden (10x10 derecelik alan ortalama eğimleri dışında) ayrıca 20x20, 30x30 derecelik alan ortalama eğim değerleri de benzer biçimde hesaplanmıştır. Herbir 10x10, 20x20 ve 30x30 derecelik aşamalar için ayrı olmak üzere, (4-9)'a göre bulunmuş olan stokastik kesimin kovaryans fonksiyonu gözönüne alınarak EKKY'ne göre, yani (4-5)'e göre hesaplanmış olan harmonik katsayılar Çizelge 1'de sergilenmiştir.

6. SAYISAL SONUÇLARIN FİZİKSEL ANLAMI

Çizelge 1'de sergilenen küresel harmonik katsayıların fiziksel anlamları şöyle açıklanır (Nakiboğlu-Hekimoğlu 1986):

- Sıfırıncı derecede harmonik katsayısı deniz suyu hacminin değişimini verir. Buna göre ortalama deniz düzeyi yılda hacimsel olarak 1,2 mm kadar yükselmektedir.

- Birinci derece harmonik katsayıları değişen deniz suyu kütesinin ağırlık merkezinin koordinatlarını verir (Heiskanen-Moritz 1984, S. 83). Bu değerlerin istatistiksel olarak anlamlı çıkmamaları, değişen deniz suyu kütesinin ağırlık merkezinin yaklaşık değişmediğini gösterir.

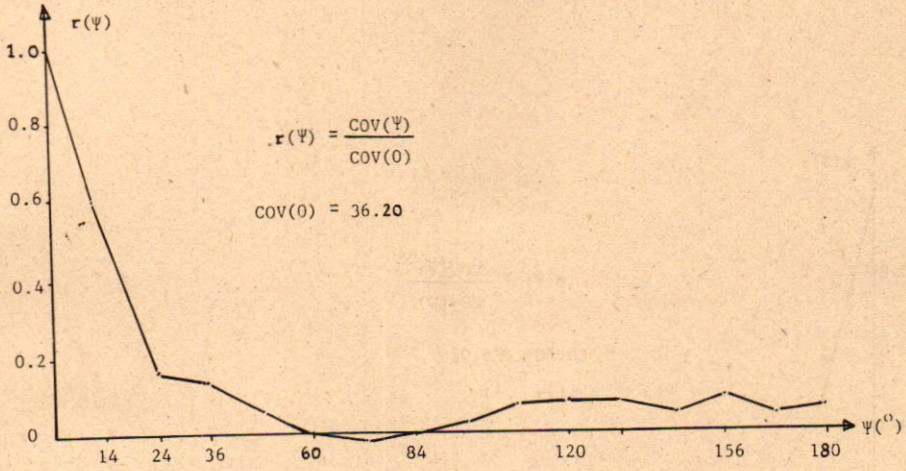
- İkinci derece harmonikler yeryuvarının dönme ekseninin uzaydaki konumuyla ilgilidir. Deniz suyu hacmindeki yıllık 1,2 mm'lik artışın bir bölümü kutuplardaki buzların erimesinden oluştuğundan, kutuplardan eriyen su kütesi ekvatora kadar gelip deniz yüzeyine yayılır. Dolayısıyla yeryüzünde yeni bir kütle dağılımı olduğundan yeryuvarının eylemsizlik momentinde, yeni yeryuvarının dönme ekseninin uzay konumunda, dolayısıyla dönüş hızında yeni günün uzunluğunda yüzyıllık değişimlere neden olur. Bu katsayılar bu değişimlerin hesaplanmasında gerek vardır (Lambeck 1980).

Kararlı olarak elde edilebilen düşük dereceden küresel harmonikler yıllık toplu deniz düzeyi değişimini (TDDD) oluştururlar:

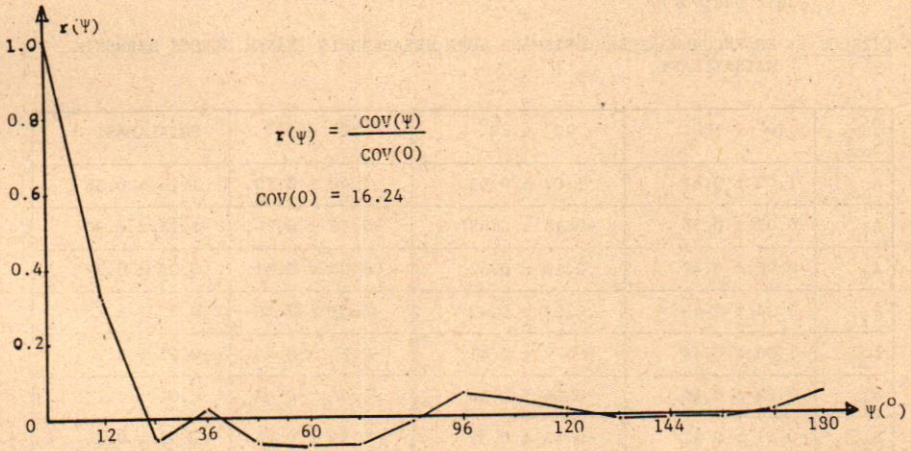
$$TDDD(\theta, \lambda) = \sum_{n=0}^2 \sum_{m=0}^n \left[\bar{A}_{nm} \bar{R}_{nm}(\theta, \lambda) + \bar{B}_{nm} \bar{S}_{nm}(\theta, \lambda) \right] \quad (6-1)$$

Bu değerlerden yararlanılarak yıllık toplu deniz düzeyi değişimi bir dünya haritası üzerine beş yıllık değişim eğrileri olarak çizilmiştir, Şekil 4.

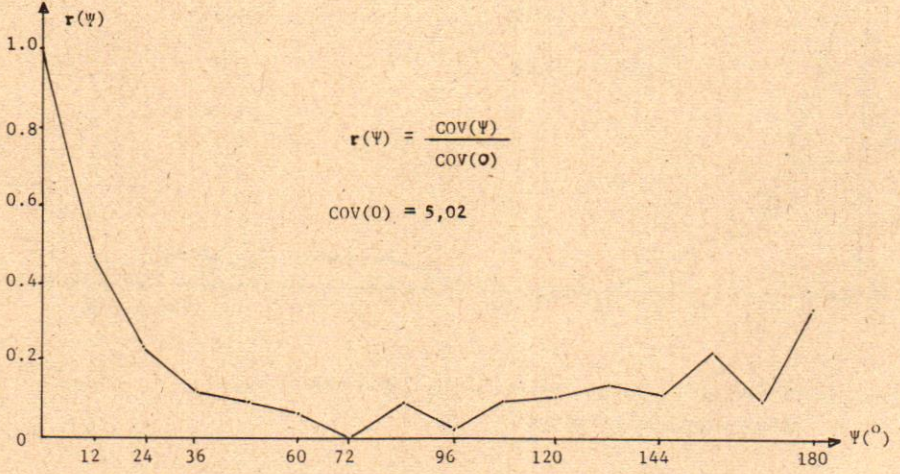
7. DÜŞEY YERKABUĞU HAREKETLERİNİN BELİRLENMESİ



Şekil 1: $10^{\circ} \times 10^{\circ}$ alan ortalama eğimlerin korelasyon fonksiyonu
(Zaman boyutu ağır basıyor)



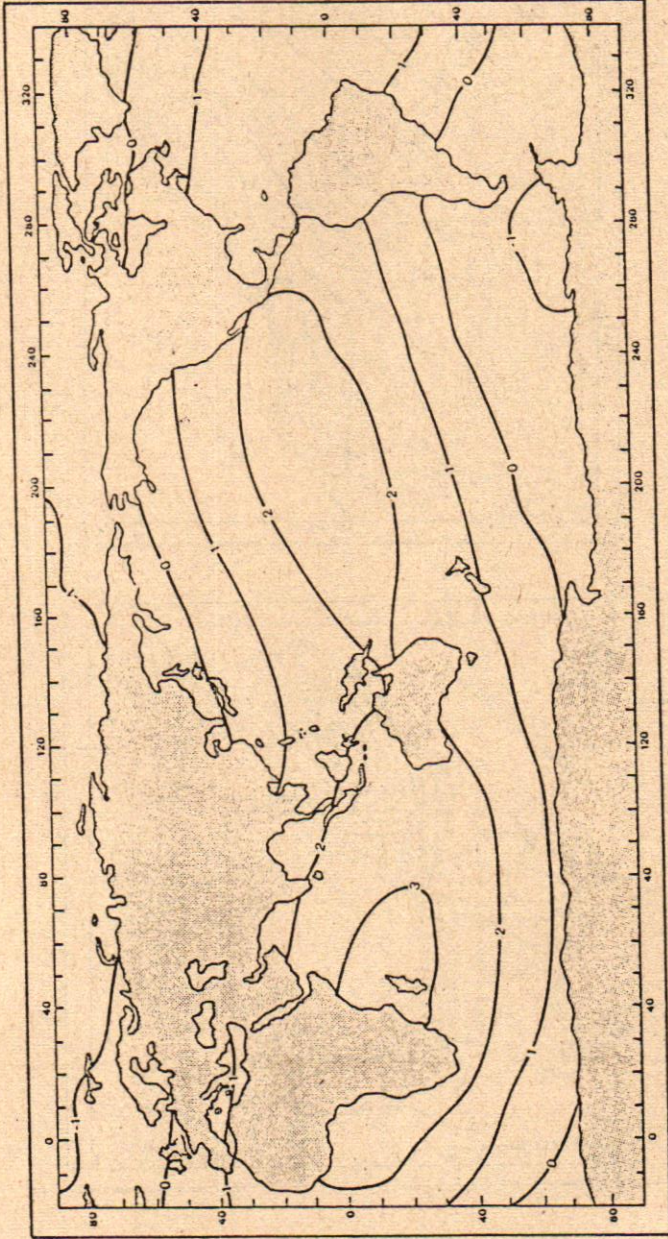
Şekil 3: $10^{\circ} \times 10^{\circ}$ alan ortalama artık eğimlerin (düşey yer kabuğu hareketlerinin) korelasyon fonksiyonu, (Zaman boyutu ağır basıyor)



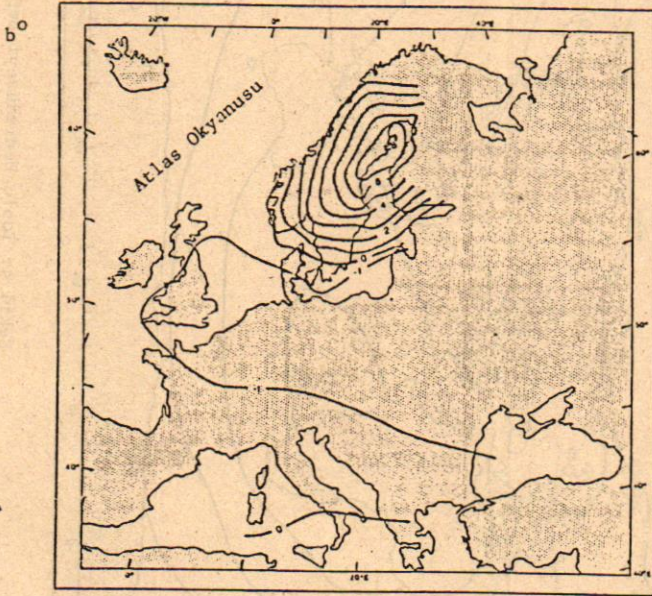
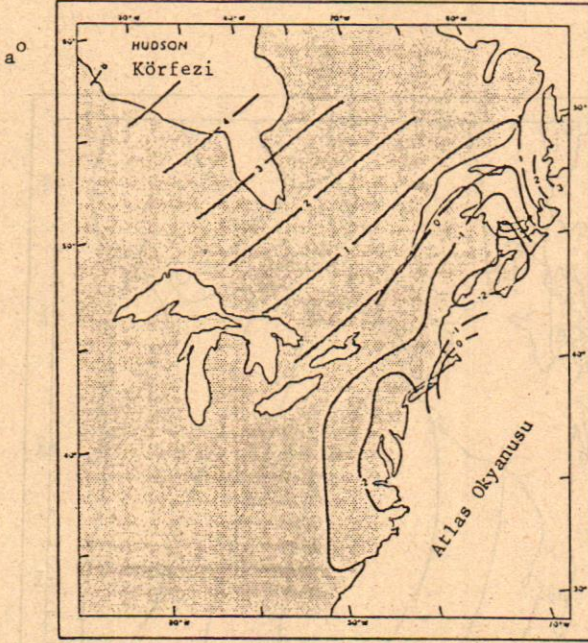
Şekil 2: $10^0 \times 10^0$ alan ortalama eğimlerin korelasyon fonksiyonu (Uzay boyutları ağır basıyor).

ÇİZELGE 1: EN KÜÇÜK KARELER YÖNTEMİNE GÖRE HESAPLANMIŞ İKİNCİ DERECE HARMONİK KATSAYILARI

A_{nm}, B_{nm}	$10^0 \times 10^0$	$20^0 \times 20^0$	$30^0 \times 30^0$	ORTALAMASI
A_{00}	1.02 ± 0.67	1.07 ± 0.63	1.40 ± 0.70	1.16 ± 0.38
A_{10}	-0.07 ± 0.55	-0.16 ± 0.49	-0.18 ± 0.54	-0.14 ± 0.30
A_{11}	0.05 ± 0.47	0.10 ± 0.42	0.04 ± 0.51	0.06 ± 0.27
B_{11}	0.34 ± 0.45	0.27 ± 0.42	0.08 ± 0.50	0.23 ± 0.26
A_{20}	-1.00 ± 0.46	-0.75 ± 0.41	-0.87 ± 0.46	-0.87 ± 0.26
A_{21}	0.10 ± 0.40	-0.04 ± 0.36	-0.08 ± 0.43	-0.01 ± 0.23
B_{21}	-0.61 ± 0.41	-0.45 ± 0.37	-0.59 ± 0.44	-0.55 ± 0.24
A_{22}	0.15 ± 0.33	0.14 ± 0.31	0.03 ± 0.40	0.11 ± 0.20
B_{22}	0.19 ± 0.35	0.22 ± 0.33	0.45 ± 0.40	0.29 ± 0.21
S_o	± 0.80	± 0.80	± 0.89	



Şekil 4: Toplu Denizüzeyi Değişimi (mm/yıl)



Şekil 5: Düşey Yerkabuğu Hareketleri (mm/yıl)

a^o Kuzey Kanada, b^o Kuzey Avrupa